

Урок № 8

РЕШЕНИЕ РАЗНЫХ ЗАДАЧ НА ДРОБИ

Всем привет! Сегодня наше последнее занятие в этом курсе. Будем решать задачи повышенной трудности. Возможно, вам они покажутся простыми.

Пример № 1

День обычного учителя математики начинается, конечно, с кофе. Именно про него наша первая задача. Итак, передо мной — чашка обычного черного кофе без молока.

Из этой чашки я выпиваю половину. Затем доливаю молоко, чтобы было вкуснее, теперь чашка снова полная. Я выпиваю треть, затем опять доливаю молоко. Дальше я выпиваю $\frac{1}{6}$ чашки, после чего снова доливаю молоко. Наконец, допиваю чашку до конца. Внимание, вопрос: чего я выпил больше, кофе или молока?

Ответ: было бы слишком сложно каждый раз подсчитывать, какую часть чашки составляет кофе, а какую — молоко. Зато можно легко вычислить, сколько молока я долил в чашку.

$$\frac{1}{2} \text{ чашки} + \frac{1}{3} \text{ чашки} + \frac{1}{6} \text{ чашки} = ?$$

Приводим к общему знаменателю 6, получаем

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} + \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

Мы выяснили, что я долил целую чашку молока. Значит, я выпил равное количество молока и кофе.

Пример № 2

С кофе разобрались, но кто же пьет кофе без сладостей? Поэтому давайте теперь решим задачу про Карлсона и варенье. Чему будет равна такая дробь:

$$\frac{\text{КАРЛСОН}}{\text{ВАРЕНЬЕ}} = ?$$

Уточню условия: и в числителе, и в знаменателе мы имеем произведение некоторых переменных: К • А • Р • Л • С • О • Н и т. д. Разные буквы означают разные цифры, одинаковые буквы — одинаковые цифры.

Ответ: всего в словах — 10 разных букв. Получается, что какая-то из букв равна нулю. Если нулю равна какая-то буква из знаменателя, это значит, что весь знаменатель равен нулю (так как если один множитель = 0, то произведение = 0).

А разве можно делить на 0? Тогда выходит, что нулю равна какая-то буква в числителе, то есть весь числитель равен 0. А на сколько частей ни дели 0, все равно получится 0. Итак, **правильный ответ:** дробь равна 0.

Пример № 3

Кофе выпили, варенье съели, самое время перейти к пище духовной. Решим задачу про книжки.

На трех полках стоят книги. На нижней полке в два раза меньше книг, чем на остальных двух. На средней — втрое меньше, чем на остальных. На верхней — 30 книг. Сколько всего книг на трех полках?

Ответ: в первую очередь заметим, что если на нижней полке в два раза меньше книг, чем на двух верхних, то на нижней полке — в 3 раза меньше книг, чем на всем стеллаже.

Далее, если на средней полке втрое меньше книг, чем на остальных, то там в 4 раза меньше книг, чем на всем стеллаже. На средней полке — четверть от общего количества книг. Как мы знаем из условия задачи, на верхней полке 30 книг.

Итак, внизу $\frac{1}{3}$, в середине $\frac{1}{4}$, а вверху — 30 книг.

Подсчитаем сумму книг на нижней и средней полках, для этого приведем к общему знаменателю 12:

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$$

Если представить стеллаж с книгами в виде уже привычной нам пиццы, мы разделили пиццу на 12 равных кусков и взяли из них 7. Тогда на верхней полке остается 5 кусков, что составляет 30 книг. Значит, 1 кусок — это $30 : 5 = 6$. Тогда вся пицца из 12 кусков — это $12 \cdot 6 = 72$.

Правильный ответ: всего на стеллаже 72 книги.

Пример № 4

Теперь решим задачу про полотно. Длина полотна — $\frac{2}{3}$ метра. Нам нужно отрезать от него 50 см (то есть $\frac{1}{2}$ метра), но у нас нет линейки. Как это сделать?

Ответ: чтобы найти, какую часть нужно отрезать, приводим к общему знаменателю и вычитаем:

$$\frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{4}{6} - \frac{3}{6} = \frac{1}{6}$$

Как теперь из $\frac{2}{3}$ сделать $\frac{1}{6}$? Для этого $\frac{2}{3}$ сложим пополам, получится $\frac{1}{3}$. Еще раз складываем пополам, получается $\frac{1}{6}$. Итак, нужно отрезать $\frac{1}{6}$.

Пример № 5

Последняя задача взята из дореволюционного задачника, поэтому в ней встречаются устаревшие слова. Чтобы было понятнее, кадь означает некоторую емкость.

Один мужчина может выпить кадь питья за 14 дней, а вместе с женой — за 10 дней. За сколько дней жена отдельно выпьет ту же кадь?

Ответ: эту задачу можно решать так же, как и обычную задачу на работу. Работа в данном случае — это выпивание кади. Время — 14 и 10 дней. Мы можем подсчитать производительность, то есть какую часть кади мужчина выпивает за 1 день.

Нужно работу (1) разделить на количество дней (14). Получается, что за 1 день мужчина выпивает $\frac{1}{14}$ кади, а вместе с женой — $\frac{1}{10}$. Тогда сколько приходится на жену?

Приведем к общему знаменателю 70, вычтем и сократим получившуюся дробь на 2:

$$\frac{1}{10} - \frac{1}{14} = \frac{7}{70} - \frac{5}{70} = \frac{2}{70} = \frac{1}{35}$$

$\frac{1}{35}$ — это производительность жены, за день она выпивает $\frac{1}{35}$ от всей кади. Таким образом, всю кадь она выпьет за 35 дней.

Заметьте, что эту задачу можно было бы решить и без дробей.

За 14 дней мужчина выпьет кадь, за 10 — выпьет ту же кадь вместе с женой. НОК = 70. За 70 дней мужчина выпьет 5 целых кадей, а вместе с женой — 7. То есть жена за 70 дней выпивает 2 кади. Значит, 1 кадь она выпьет за 35 дней.

Итак, сегодня мы потренировались решать разные задачи, связанные с дробями. На этом наш курс по дробям окончен.

До встречи на новых курсах!