

## Урок № 3

# ОСНОВНОЕ СВОЙСТВО ДРОБИ. СОКРАЩЕНИЕ ДРОБЕЙ

Здравствуйте! Сегодня мы будем решать задачки, связанные с материалом последней лекции. Мы обсуждали основное свойство дроби и немного говорили о сокращении дробей, так что сегодня будем решать задачи на эту тему. Поехали!

### Пример № 1

Начнем с такого примера:  $\frac{36}{60}$

Эту дробь надо сократить. Какие варианты?

**Ответ:** Первым делом мы можем, конечно, найти НОД — по алгоритму Евклида или через разложение на множители. После этого разделим числитель и знаменатель на НОД и получим окончательный ответ.

Но можно действовать проще: посмотреть, на что эту дробь можно сократить (пусть даже это будет не наибольшее число), и сделать все за 2–3 шага.

Очевидно, что эту дробь можно сократить на 6. Разделим числитель и знаменатель на 6 и получим:

$$\frac{36}{60} = \frac{6}{10}$$

Фанаты десятичных дробей могут оставить и так, просто переписав дробь в виде 0,6. Но наш курс все-таки посвящен обыкновенным дробям, поэтому продолжим и разделим числитель и знаменатель на 2:

$$\frac{36}{60} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

Это уже несократимая дробь, так что это окончательный ответ.

### Пример № 2

Покажу вам другой стиль оформления сокращения дробей. Попробуем сократить

$$\frac{48}{84}$$

**Ответ:** На что легко сократить эту дробь? Наверное, на 2 или на 4. На 4 будет нагляднее, поэтому с этого и начну. Итак, делим на 4:  $48 : 4 = 12$ ;  $84 : 4 = 21$ .

На письме это выглядит так: зачеркиваем число, вместо 48 получается 12, а вместо 84 — 21. Можно продолжить сокращать. 12 и 21 — есть ли у них общие делители? Для этого разложим на множители:

$$21 = 3 \cdot 7$$

$$12 = 3 \cdot 4$$

Сокращаем на 3.

Итак, окончательный ответ:  $\frac{4}{7}$ .

Как видите, в первой задаче я записывал решение в виде цепочки, а во второй задаче — зачеркивал. Используйте тот вариант записи, который вам больше нравится.

### Пример № 3

Попробуем сократить эту дробь:  $\frac{102}{153}$

**Ответ:** Здесь найти делитель уже не так легко. Поэтому давайте воспользуемся НОД. Для начала разложим на множители 102.

102 делим на 2, получаем 51. 51 на 2 не делится.

**Напоминаю**, что дальше нужно просто проверять простые делители. В данном случае начинаем с 3. 51 на 3 делится (сумма цифр:  $5 + 1 = 6$ , делится на 3).  $51 : 3 = 17$ , а 17 — простое число. Значит, числитель — это  $2 \cdot 3 \cdot 17$ .

Знаменатель 153. На 2 он не делится, пробуем 3 — на 3 делится. Получается 51. В принципе, дальше все понятно, потому что ранее мы уже делили на 51.

Итак, числитель: это  $2 \cdot 3 \cdot 17$ , делитель:  $3 \cdot 3 \cdot 17$ . Общие множители — 3 и 17.

Значит, НОД — произведение этих множителей (51).

Сократим на 51:

$$\frac{102}{153} = \frac{2}{3}$$

Можно было действовать и через алгоритм Евклида, он дал бы такой же результат.

#### Пример № 4

У нас есть 5 дробей:  $\frac{25}{30}$ ,  $\frac{4}{5}$ ,  $\frac{12}{20}$ ,  $\frac{8}{10}$ ,  $\frac{27}{45}$

Требуется найти среди них равные.

**Ответ:** На первый взгляд равных вроде бы нет, но некоторые из этих дробей можно сократить.

Так,  $\frac{25}{30}$  можно сократить на 5:  $\frac{25}{30} = \frac{5}{6}$

$\frac{12}{20}$  можно дважды сократить на 2:  $\frac{12}{20} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

$\frac{8}{10}$  можно сократить на 2:  $\frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

Это первая победа, потому что  $\frac{4}{5}$  уже есть в условиях задачи. Мы нашли первую пару равных (обозначим их кружочками):

$$\frac{25}{30}, \left(\frac{4}{5}\right), \frac{12}{20}, \left(\frac{8}{10}\right), \frac{27}{45}$$

$\frac{27}{45}$  можно сократить на 9:  $\frac{27}{45} = \frac{3}{5}$

Мы нашли еще одну пару (обозначим ее прямоугольниками):

$$\frac{25}{30}, \left(\frac{4}{5}\right), \boxed{\frac{12}{20}}, \left(\frac{8}{10}\right), \boxed{\frac{27}{45}}$$

Итак, мы нашли две пары равных дробей и решили задачу.

## Пример № 5

У нас есть дробь  $\frac{3}{4}$ . Можно ли ее представить в виде равной ей дроби со знаменателем 20?

$$\frac{3}{4} = \frac{?}{20}$$

**Ответ:** Да, конечно. Ранее мы сокращали дроби, то есть делили числитель и знаменатель на одно и то же число. Но иногда полезно и умножать. На что нужно умножить 4, чтобы получить 20? Конечно, на 5. Чтобы сохранить равенство, надо и числитель умножить на 5. Получаем:

$$\frac{3}{4} = \frac{15}{20}$$

## Пример № 6

Рассмотрим следующий пример:  $\frac{9}{12} = \frac{?}{16}$

Здесь сложнее. На что надо умножить 12, чтобы получить 16? Явно не на целое число, потому что если 12 умножить на 2, будет уже 24. Но  $\frac{9}{12}$  — сократимая дробь.

Давайте сперва ее сократим на 3:

$$\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

$\frac{3}{4}$  уже легко привести к знаменателю 16. Чтобы получить 16, нужно умножить 4 на 4. Значит, и 3 умножаем на 4. Получаем:

$$\frac{9}{12} = \frac{12}{16}$$

Умение приводить дробь к нужному знаменателю пригодится нам на следующем занятии. Скоро вы в этом убедитесь.

А пока — до новых встреч!