

## Урок № 2

# СРАВНЕНИЕ ДРОБЕЙ: НАЧАЛО. ПРАКТИКА НА ДОСКЕ

И снова здравствуйте! На предыдущем занятии мы с вами говорили о том, как сравнивать дроби. Пока научились сравнивать не все, но некоторые основные методы рассмотрели.

Сегодня мы в этом попрактикуемся, будем сравнивать разные дроби, попробуем их упорядочить от меньшего к большему. Более того, я покажу еще один, новый для вас, способ, как можно сравнить две дроби. Поехали!

### Пример № 1

Начнем с такого примера: что больше,  $\frac{1}{3}$  или  $\frac{1}{4}$ ?

**Ответ:** это типичный случай, такие мы уже разбирали. Здесь одинаковые числители, а значит, больше та дробь, у которой знаменатель меньше. Поэтому

$$\left(\frac{1}{3}\right) > \frac{1}{4}$$

**Вспомним:** в случае с  $\frac{1}{3}$  одну пиццу разрезали на три равных кусочка, а в случае с  $\frac{1}{4}$  — на четыре. Понятно, где кусочки больше. Ту дробь, которая больше, будем обводить в кружок.

### Пример № 2

Что больше,  $\frac{7}{9}$  или  $\frac{8}{9}$ ?

**Ответ:** здесь даже проще. Разрезали пиццу на 9 разных частей. В одном случае взяли 7 из них, в другом — 8. Конечно,  $\frac{8}{9}$  больше. По-другому можно сказать так:

если у дробей одинаковые знаменатели, то большая из них та, у которой больше числитель. Значит,

$$\frac{7}{9} < \left(\frac{8}{9}\right)$$

### Пример № 3

Что больше,  $\frac{7}{8}$  или  $\frac{12}{13}$ ?

**Ответ:** еще одна ситуация, которую мы разбирали. В случае с  $\frac{7}{8}$  до целой пиццы не хватает  $\frac{1}{8}$ , а в случае с  $\frac{12}{13} - \frac{1}{13}$ , то есть не хватает одной частички. Но мы понимаем, что частичка  $\frac{1}{13}$  меньше, чем  $\frac{1}{8}$ . Значит,  $\frac{12}{13}$  (то есть то, что осталось после того, как мы от целой пиццы забрали кусочек) больше, чем  $\frac{7}{8}$ :

$$\frac{7}{8} < \left(\frac{12}{13}\right)$$

### Пример № 4

Что больше,  $\frac{8}{9}$  или  $\frac{12}{11}$ ?

**Ответ:** здесь тоже все просто, потому что правильная дробь всегда меньше, чем неправильная. В данном случае даже больше. Поэтому, конечно,  $\frac{12}{11}$  больше:

$$\frac{8}{9} < \left(\frac{12}{11}\right)$$

Напоминаю, что правильная дробь — это меньше, чем целая пицца, а неправильная — это как минимум целая пицца. Либо целая, либо больше.

## Пример № 5

Вот довольно интересный пример: что больше,  $\frac{3}{8}$  или  $\frac{7}{12}$ ?

**Ответ:** Эту задачу можно решить двумя способами, оба я покажу.

Первый способ такой. Заметьте, что в обоих случаях не хватает пяти кусочков до целого (в случае с  $\frac{3}{8}$ , если прибавить  $\frac{5}{8}$ , это даст целую единицу; а во втором случае  $\frac{7}{12}$  плюс  $\frac{5}{12}$  даст  $\frac{12}{12}$ , то есть целую единицу).

Но кусочки-то в данном случае меньше! Когда мы делим на 12 частей, каждый кусочек меньше. Это примерно то же самое, что мы делали пару примеров назад, только там не хватало одного кусочка, а здесь пяти. Получается, что в случае с  $\frac{7}{12}$  кусочки, которые мы убрали, меньше, а значит, то, что осталось — больше. Поэтому

$$\frac{3}{8} < \left(\frac{7}{12}\right)$$

Но есть и другая идея. Заметьте, что  $\frac{3}{8}$  — это меньше половины, потому что половина от 8 — это 4. Если пиццу нарезать на 8 кусков, половина — это ровно 4 куска. Стало быть, я могу написать так:

$$\frac{3}{8} < \left(\frac{1}{2}\right)$$

А  $\frac{7}{12}$  — больше половины, потому что если я возьму 12 кусков, половина от них — это 6. А у меня 7, то есть больше. Значит, одна из дробей больше половины, а другая меньше. Тогда понятно, что  $\frac{7}{12}$  больше:

$$\frac{3}{8} < \frac{1}{2} < \left(\frac{7}{12}\right)$$

Такая штука еще называется транзитивностью. Это умное слово, которое вы просто можете запомнить. Пока достаточно осознать, что это двойное неравенство, которое позволяет нам сравнить левую и правую части.

Обратите также внимание, что если бы было что-нибудь такое:

$$\frac{3}{8} < \frac{1}{2} > \frac{5}{12}$$

( $\frac{5}{12}$ , конечно, меньше половины, потому что половина — это 6), то из этого никакого вывода не сделать.

Допустим, если и моя жена, и мой сын ниже меня, из этого я не могу сделать вывод, кто выше — жена или сын. Но если я, например, знаю, что мой сын ниже моей жены, а жена ниже меня, из этого следует, что сын ниже меня. Такое вот неравенство получается.

## Пример № 6

Посмотрим теперь на этот пример:

$$\frac{2}{3}, \frac{1}{5}, \frac{3}{4}, 1, \frac{7}{6}$$

У нас есть пять чисел, и их нужно упорядочить от меньшего к большему, по возрастанию.

**Ответ:** Прежде всего давайте рассмотрим первые три и последние два. Видно, что первые три числа — правильные дроби, а далее следует единица и неправильная дробь. Как мы знаем, правильная дробь всегда меньше неправильной и меньше единицы. Значит, вначале будут идти первые три —  $\frac{2}{3}, \frac{1}{5}, \frac{3}{4}$  (в каком-то порядке), а после них — 1 и  $\frac{7}{6}$  (в каком-то порядке). Так что сначала упорядочим первые три.

Наверное, очевидно, что  $\frac{1}{5}$  — самая маленькая. Но почему это так? Требуется аккуратно доказать. Заметьте, что

$$\frac{1}{5} < \left(\frac{1}{4}\right)$$

Действительно, одинаковые числители, а в первом случае знаменатель больше. Чем больше знаменатель, тем меньше, соответственно, часть.

А раз  $\frac{1}{5} < \frac{1}{4}$ , то  $\frac{1}{5} < \frac{3}{4}$ , потому что мы берем больше кусков. Аналогично,

$\frac{1}{5} < \frac{1}{3}$ , значит,  $\frac{1}{5} < \frac{2}{3}$ . Таким образом,  $\frac{1}{5}$  идет в самом начале.

Что идет дальше,  $\frac{2}{3}$  или  $\frac{3}{4}$ ? Сравним их. И там, и там, как видите, не хватает одного кусочка до целого. Но в одном случае этот кусочек — треть, а в другом — четверть. Как мы помним, чем больше знаменатель, тем меньше кусочек. Получается, сначала идет  $\frac{2}{3}$ , а потом уже  $\frac{3}{4}$ .

Осталось сравнить 1 и  $\frac{7}{6}$ . Несложно заметить, что  $1 = \frac{6}{6}$  (разделили пиццу на 6 кусочков, взяли все 6). А  $\frac{7}{6}$  — это, конечно, больше, чем целая пицца (то есть откуда-то взяли еще один кусочек).

Таким образом, от меньшего к большему получается такой порядок:

$$\frac{1}{5}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, 1, \frac{7}{6}$$

Итак, сегодня мы повторили и закрепили основные методы сравнения дробей. Как мы помним, остались еще ситуации, с которыми мы пока не очень умеем работать.

Например, если бы было не  $\frac{3}{8}$  и  $\frac{7}{12}$ , а  $\frac{5}{8}$  и  $\frac{7}{12}$  или  $\frac{3}{8}$  и  $\frac{5}{12}$ , у нас возникли бы некоторые проблемы. Но скоро мы и с ними будем справляться.

До встречи!